

Drehschwingungen

Ziele

Drehschwingungen, Trägheitsmomente, Drehmomente, Torsionsmodul, Steinerscher Satz. In diesem Versuch sollen Sie auch den Umgang mit Messunsicherheiten üben.

Theoretische Grundlagen

Wird der Draht mit der Drehscheibe (s. Abb.1) um den Winkel φ aus der Ruhelage ausgelenkt, so wirkt ein rücktreibendes Drehmoment D :

$$D = -D_R \varphi \quad (1)$$

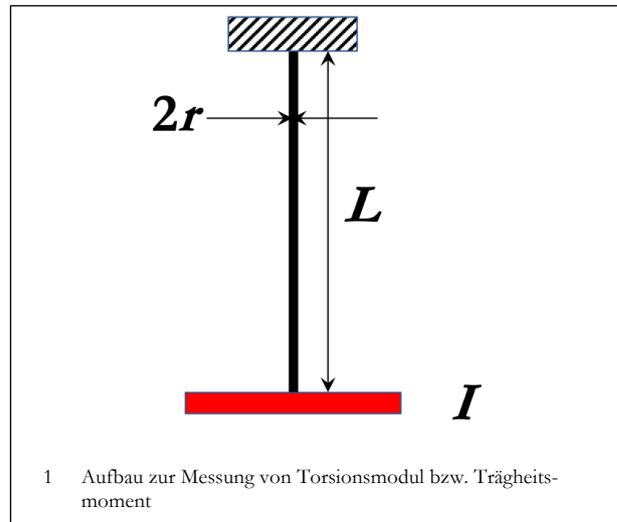
Lösung der Bewegungsgleichung dieses Systems

$$I \ddot{\varphi} = -D_R \varphi \quad (2)$$

ist die harmonische Schwingung

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos \omega t; \quad \omega = \sqrt{\frac{D_R}{I}} \quad (3)$$

ist die Kreisfrequenz der Schwingung.



Aufgabe: Berechnen Sie aus der Kreisfrequenz die Schwingungsdauer T .

Die Winkelrichtgröße D_R hängt von dem Material des Drahtes und seinen Abmessungen ab: Je härter das Material, je größer der Drahtradius, je kürzer der Draht, desto größer ist das rücktreibende Moment in Gl. (1). Die Elastizitätstheorie (s. z. B. Gerthsen, Kap. 3.4) liefert:

$$D_R = \frac{\pi G r^4}{2 L} \quad (5)$$

G : Torsionsmodul des Materials, r : Radius des Drahtes, L : Länge des Drahtes. Der Einfluss des Drahtradius R ist heftig. Machen Sie sich an einfachen Rechenbeispielen klar, wie sich schon geringe Änderungen bei R auf D_R auswirken

Aufgaben

1. Welche Anfangsbedingungen führen auf die Lösung (3)?
2. In welchen Einheiten werden D , D_R , I , φ gemessen?
3. Setzen Sie Gl. (3) in Gl.(2) ein und beweisen Sie damit die Beziehung für ω .
4. Wie kann man ein Drehmoment experimentell bestimmen?
5. Auf das System wirke ein Drehmoment D . Wie groß ist die Arbeit dW , wenn das System um $d\varphi$ gedreht wird? Welche Änderung an Rotationsenergie entspricht dem? Benutzen Sie den Energiesatz, um mit diesen Beziehungen die Gl.(2) zu zeigen.
6. Wie lautet der Steinersche Satz? Welche physikalische Aussage benötigen Sie zu seinem Beweis?

Experimente

1 Torsionsmodul des Drahtes

Abb. 1/2 zeigen den Messaufbau. Zur Bestimmung des Torsionsmoduls des Drahtes verwenden Sie einen Körper, dessen Trägheitsmoment sehr gut berechenbar ist. In diesem Fall handelt es sich um eine quer hängende Metallstange. Überprüfen Sie: Das Trägheitsmoment der Stange bei Rotation wie hier ist:

$$I = \frac{1}{4} mR^2 + \frac{1}{12} ml^2$$

R: Radius der Stange; l : Länge der Stange.

Für den hier verwendeten Stahldraht (Gitarrensaiten) wurde $G = 82,3 \text{ GPa}$ gemessen (für Stahl findet man $G = 79,5 \text{ GPa}$ in der Literatur).



2 Bestimmung des Torsionsmoduls G (links); Bestimmung des Trägheitsmoments eines Topfdeckels.

- Messen Sie die Schwingungsdauer für mehrere Schwingungen und bestimmen Sie mit einem Fit für $T = T(L)$ das Torsionsmodul G .
- Experimentieren Sie mit weiteren von Ihnen gewählten Torsionsaufhängungen. Beschreiben Sie deren Eigenschaften im Vergleich zur Gitarrensaiten.

2 Trägheitsmoment

Nachdem Sie ihren Torsionsdraht kalibriert haben, können Sie mit unterschiedlichen Formen experimentieren. Für den Topfdeckel, mit dem hier experimentiert worden ist, ergab die Messung ein Trägheitsmoment von $I = 0,0093 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ gerechnet lag der Wert etwas niedriger ($I = 0,0092 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$).

- Bestimmen Sie für zwei unterschiedliche Geometrien das Trägheitsmoment durch die Messung mit dem Torsionspendel.
- Haben Sie noch Christbaumkugeln? Die Schwingungen von mit ein wenig Wasser gefüllten Kugeln sind sehr stark gedämpft.

3 Messunsicherheiten

Schätzen Sie für Ihre Experimente die Messunsicherheiten ab und berechnen Sie damit den Standardfehler des jeweiligen Endergebnisses. Berücksichtigen Sie Unsicherheiten bei der Zeiterfassung, bei der Längenmessung und beim Wiegen.